

# De l'utilisation de la structure estimation/commande pour le pilotage instationnaire d'un lanceur spatial

Olivier VOINOT<sup>1</sup>, Daniel ALAZARD<sup>2</sup>, Benoît CLÉMENT<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautiques  
Centre de Toulouse  
Département Commande des Systèmes et Dynamique du vol  
BP 4025, 2, avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse Cedex 4, France

<sup>2</sup>SUPAERO  
10, avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse Cedex 4, France

<sup>3</sup>CNES - Direction des Lanceurs  
Rond point de l'Espace, 91023 Evry, France

Olivier.Voinot@cert.fr, <http://www.cert.fr/dcsd/cdin/voinot>

**Résumé**— Dans cet article, nous nous intéressons au développement de techniques ayant trait à la mise sous forme LQG équivalente de correcteurs stabilisants. Dans un premier temps nous nous concentrerons plus particulièrement sur la transformation de correcteurs issus d'une synthèse  $H_\infty$ . Nous proposons une méthode originale pour effectuer le choix des dynamiques d'estimation et de commande du correcteur équivalent en s'appuyant sur les résultats d'une synthèse  $H_2$ . Puis nous proposerons une définition en temps discret de la Forme Standard de Passage (CSF) qui s'appuie également sur la paramétrisation de Youla sur la structure estimation/commande. Nous la présenterons en tant qu'outil méthodologique pour la mise en forme d'un problème multi-objectif.

Nous mettrons en application la CSF sur le problème de pilotage d'un lanceur et nous montrerons l'intérêt de l'utilisation de la structure estimation/commande dans le cadre de l'interpolation de correcteur pour le pilotage instationnaire.

**Mots-clés**— Lanceur, Forme Standard de Passage, structure estimation/commande, interpolation

## I. INTRODUCTION

Cet article présente un certain nombre de développements effectués autour de la structure LQG équivalente. La paramétrisation de Youla sur la structure estimation/commande permet de décrire l'ensemble des correcteurs stabilisants. Alazard et Apkarian ont proposé [1] un algorithme pour obtenir ces paramètres. La structure estimation/commande ou LQG équivalente est très intéressante d'un point de vue implémentation car elle donne accès à une estimation des états du système. Elle permet ainsi de donner une signification physique aux états du compensateur ce qui n'est pas négligeable pour la compréhension des phénomènes mis en jeu. D'autre part, cette structure dont on maîtrise la base de représentation peut s'avérer très utile pour l'interpolation de contrôleurs dans le cadre de la commande instationnaire.

Nous rappellerons donc quelques résultats fondamentaux sur la mise sous forme LQG afin d'introduire notre propos. Lors de la transformation, le point critique se situe dans le choix des dynamiques d'estimation et de commande que

nous allons allouer au correcteur équivalent. Le choix, bien que régi par certaines règles mathématiques, s'avère délicat et multiple. Dans le cas de correcteurs solutions d'un problème  $H_\infty$  standard, nous proposons un choix original pour la détermination des sous-espaces invariants intervenant dans l'équation de Riccati qui se trouve au centre de la transformation. Notre solution pour effectuer cette détermination est d'utiliser la synthèse  $H_2$  sous-jacente au problème  $H_\infty$ , c'est-à-dire sur le même problème de commande. Ce choix s'appuie sur diverses constatations comme la proximité des pôles de la boucle fermée après les synthèses  $H_2$  et  $H_\infty$  ou encore les propriétés des compensateurs solutions des problèmes *Disturbance Feedforward* ou *Output Estimation* [2]. L'intérêt de l'utilisation de la forme LQG équivalente sera mis en évidence sur l'application au pilotage d'un lanceur instationnaire.

Nous présenterons également la définition de la *Forme Standard de Passage* (CSF pour Cross Standard Form) dans le cas discret. Cette forme définit par Voinot *et al.* dans [3] pour le cas continu peut être présentée comme une généralisation du problème LQ inverse au problème  $H_2/H_\infty$  inverse. La Forme Standard de Passage (CSF pour Cross Standard Form) permet de formuler un problème standard sur lequel un compensateur donné pourrait être obtenu par une synthèse  $H_\infty$  ou  $H_2$ . Cette propriété essentielle de la CSF peut être utilisée pour mixer divers techniques de synthèse. Pour la synthèse multi-objectif, cette approche peut être particulièrement utile. En effet, l'idée générale est d'utiliser une première synthèse pour satisfaire certaines spécifications, essentiellement des spécifications de performances. Puis la CSF est appliquée sur cette première solution pour initialiser un problème standard qui sera complété pour, par exemple, satisfaire des spécifications dans le domaine fréquentiel ou de robustesse paramétrique dans le cadre d'une procédure  $H_\infty$ . Nous montrerons l'intérêt de la CSF avec une méthode de synthèse multi-objectif appliquée au pilotage stationnaire d'un lanceur.

Nous présentons dans cet article une méthodologie pour

le pilotage d'un lanceur basée à la fois sur la Forme Standard de Passage et la mise sous forme LQG équivalente orientée par la synthèse  $H_2$ . Le problème considéré est le contrôle instationnaire un axe ([4] et [5]). Le problème stationnaire considéré comme une première étape est traité en un point critique du domaine de vol ([3] et [6]). Le pilotage consiste à stabiliser le lanceur autour de son centre d'inertie avec comme principaux objectifs de cette boucle de contrôle : la stabilité de la boucle fermée, un haut niveau de performance vis à vis du rejet des perturbations dues au vent et une robustesse vis à vis des incertitudes des modes flexibles et des paramètres aérodynamiques. Ces spécifications sont requises quelque soit l'instant de la phase de vol. Les performances sont formulées sur la réponse temporelle en incidence et en consommation pour un profil de vent typique. Cette application multi-objectif et instationnaire va nous permettre d'illustrer d'un part l'intérêt de la CSF pour les synthèses stationnaires et d'autre part de la mise sous forme LQG orientée  $H_2$  pour l'interpolation des correcteurs. En effet la CSF permet de prendre en compte un retour d'état qui a été calculé par une méthode typique du savoir-faire du domaine très efficace pour satisfaire les spécifications temporelles et ne peut pas être obtenue par une technique optimale classique ( $H_2$ ,  $H_\infty$ ). Néanmoins, ces dernières techniques sont très utiles pour obtenir les spécifications du domaine fréquentiel (roll-off) ou les spécifications de robustesse. La CSF permet de mixer cette approche classique et une approche optimale. L'intérêt de la mise sous la forme LQG équivalente à l'aide de la synthèse  $H_2$  sous-jacente est démontré par le problème instationnaire puisqu'on constatera que cette forme permet d'aboutir à des résultats très intéressants sur l'ensemble de la phase de vol.

Ce papier est organisé de la manière suivante. Dans la section suivante nous nous intéresserons à la paramétrisation de Youla sur la structure estimation/commande, nous présenterons notre méthode de choix des sous-espaces invariants et la définition discrète de la CSF. Puis dans une deuxième section, nous présenterons le problème de pilotage du lanceur et dans les deux dernières sections nous proposerons nos solutions pour le pilotage stationnaire et instationnaire.

## II. DE LA FORME LQG ÉQUIVALENTE

### A. La paramétrisation de Youla sur la structure estimation/commande

Nous rappellerons ici des résultats récents sur la structure LQG des correcteurs ou plus généralement des correcteurs utilisant un estimateur des états du système (par l'intermédiaire d'un gain d'estimation  $K_f$ ), un retour sur l'état estimé (par un gain de commande  $K_c$ ) et un paramètre de Youla dynamique  $Q$ . Cette structure permet la paramétrisation de tous les correcteurs stabilisants. Alazard et Apkarian, dans [1], proposent un procédé pour calculer les paramètres  $K_c$ ,  $K_f$  et  $Q$  qui caractérisent cette structure, à partir d'un correcteur  $K$  d'ordre quelconque  $n_K$  et d'un système  $G$ . Cette procédure peut être considérée comme une généralisation des travaux proposés précédemment dans [7].

Pour des soucis de clarté et de concision, mais sans perte de

généralité, nous nous placerons dans le cas continu avec un système strictement propre. Donc, considérons le système  $G(s)$  défini par la représentation d'état générale ( $n$  états avec  $n \leq n_K$ ,  $m$  entrées,  $p$  sorties) :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \quad (1)$$

Un correcteur  $K(s)$  sous la structure estimation/commande avec le paramètre de Youla s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x}) \\ \dot{x}_Q &= A_Q x_Q + B_Q(y - C\hat{x}) \\ u &= -K_c \hat{x} + C_Q x_Q + D_Q(y - C\hat{x}) \end{cases} \quad (2)$$

où  $A_Q$ ,  $B_Q$ ,  $C_Q$  et  $D_Q$  sont les 4 matrices de la réalisation d'état de  $Q(s)$  associée au vecteur d'état  $x_Q$ .  $\hat{x}$  désigne un estimé de l'état du système.

Considérons un correcteur d'ordre  $n$  défini par la représentation d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x}_K &= A_K x_K + B_K y \\ u &= C_K x_K + D_K y \end{aligned} \quad (3)$$

Notre objectif est le calcul d'un gain de retour d'état  $K_c$ , d'un gain d'estimation  $K_f$ , d'un paramètre de Youla statique ( $Q(s) = D_Q$ ) et d'une matrice de transformation  $T$  tels que le correcteur (3) puisse être décrit par la représentation d'état (2) lorsqu'on effectue le changement de variable suivant :

$$x_K = T\hat{x}. \quad (4)$$

La représentation (2), compte tenu que le paramètre  $Q(s)$  est ici statique, peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A - BK_c - K_f C - BD_Q C)\hat{x} + (K_f + BD_Q)y \\ u &= -(K_c + D_Q C)\hat{x} + D_Q y \end{aligned} \quad (5)$$

En écrivant l'équivalence entrée-sortie des représentations (3) et (5), nous obtenons :

$$A_K T - T(A + BD_K C) - TBC_K T + B_K C = 0 \quad (6)$$

et

$$\begin{aligned} K_f &= T^{-1}B_K - BD_K \\ K_c &= -C_K T - D_K C \\ D_Q &= D_K. \end{aligned} \quad (7)$$

Le problème consiste donc dans un premier temps à résoudre l'équation de Riccati (6) pour ensuite en déduire  $K_c$ ,  $K_f$  et  $D_Q$ . La matrice Hamiltonienne associée à l'équation (6) correspond à la matrice dynamique de la boucle fermée construite sur le vecteur d'état  $[x^T, x_K^T]^T$  :

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + BD_K C & B C_K \\ B_K C & A_K \end{bmatrix}. \quad (8)$$

L'équation de Riccati (6) peut être résolue par la technique des sous-espaces invariants consistant à :

- trouver un sous-espace invariant ( $S = \text{Im}(U)$ ) de dimension  $n$  de la matrice  $A_{cl}$ , soit :

$$A_{cl}U = U\Lambda. \quad (9)$$

Ce sous-espace est associé à un ensemble de  $n$  valeurs propres,  $\text{spec}(\Lambda)$ , parmi les  $2n$  valeurs propres de  $A_{cl}$ . De tels sous-espaces peuvent être aisément calculés par une décomposition de Schur de la matrice  $A_{cl}$ .

- partitionner les vecteurs  $U$  qui engendrent ce sous-espace de la façon suivante :

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}, \quad U_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}. \quad (10)$$

- calculer la solution :  $T = U_2 U_1^{-1}$ .

L'existence d'une solution  $T$  satisfaisant (6) est démontrée lorsque les valeurs propres de la matrice  $A_{cl}$  sont distinctes. Cependant, dans le cas général, il existe plusieurs sous-espaces admissibles  $U$  et donc plusieurs solutions. Chaque solution correspond à un choix particulier de  $n$  valeurs propres parmi l'ensemble des valeurs propres de la boucle fermée ( $A_{cl}$ ). De plus, pour satisfaire notre problème, la solution  $T$  doit être inversible (matrice de transformation). En d'autres termes, la matrice de vecteurs  $U$  engendrant le sous-espace doit être telle que les deux partitions  $U_1$  et  $U_2$  soient inversibles. Alazard et Apkarian proposent dans [1] des conditions nécessaires pour que  $T$  existe.

#### B. Choix des sous-espaces invariants

Dans le cas des correcteurs issus d'une synthèse  $H_\infty$ , nous proposons un choix des sous-espaces invariants intervenant dans la résolution de l'équation de Riccati du problème de mise sous forme LQG équivalente basé sur la répartition des dynamiques d'estimation et de commande du correcteur solution de la synthèse  $H_2$  sur le même problème. La résolution du problème  $H_\infty$  sera effectué en utilisant le correcteur central selon Doyle *et al.* [2] ainsi que Glover et Doyle [8].

#### Etape 1 : Calcul du correcteur initial et initialisation :

- calculer,  $K_\infty(s)$ , le correcteur  $H_\infty$  et la matrice de boucle fermée  $A_{cl_{opt}}$  (équation (8)),
- calculer,  $K_2(s)$ , le correcteur  $H_2$  sur le problème  $P(s)$  et identifier les valeurs propres de l'observateur ( $\Lambda_o^-$ ) et du retour d'état ( $\Lambda_f^-$ ) parmi les  $2n$  valeurs propres de la boucle fermée,
- initialisation :  $\gamma^+ = \gamma_{opt}$ ,  $\gamma^- = \gamma_2$  et  $A_{cl} = A_{cl_{opt}}$ .

#### Etape 2 : Première répartition :

- assigner à  $\Lambda_f^+$  les valeurs propres incontrôlables de  $(A, B)$  (aussi valeurs propres de  $A_{cl}$ ,  $\forall \gamma$ ) pour garantir que  $U_1$  n'est pas singulière,
- assigner à  $\Lambda_o^+$  les valeurs propres inobservables de  $(A, C)$  (aussi valeurs propres de  $A_{cl}$ ,  $\forall \gamma$ ) pour garantir que  $U_2$  n'est pas singulière.

#### Etape 3 : Détermination des dynamiques :

- Si c'est possible : chercher 2 ensembles, parmi  $\text{spec}(A_{cl})$ , qui sont les plus proches (au sens des moindres carrés) de  $\Lambda_o^-$  et  $\Lambda_f^-$  et les assigner au dynamiques correspondantes à  $\Lambda_o^+$  et  $\Lambda_f^+$ . Les deux jeux de valeurs propres devant être auto-conjugués ; si  $\gamma^+ = \gamma_{opt}$ , aller à l'étape 5.
- sinon : choisir  $\gamma^+ = (\gamma^+ + \gamma^-)/2$  et résoudre le problème  $H_\infty$  sous-optimal pour cette nouvelle valeur et calculer la matrice de boucle fermée  $A_{cl}$  correspondante et reprendre l'étape 3.

#### Etape 4 : Suivi des dynamiques

- soit  $\Lambda_o^- = \Lambda_o^+$ ,  $\Lambda_f^- = \Lambda_f^+$ ,
- soit  $\gamma^- = \gamma^+$ ,  $\gamma^+ = \gamma_{opt}$ ,
- soit  $A_{cl} = A_{cl_{opt}}$  et reprendre l'étape 3.

#### Etape 5 : Calcul de $T$ puis $K_c$ , $K_f$ et $D_q$ .

#### C. Forme Standard de Passage

La *Forme Standard de Passage* est décrite dans le cas continu dans [3]. Nous nous en donnons ici la définition discrète. Cette forme exploite la structure LQG équivalente des correcteurs décrite précédemment que. Elle peut être vue comme un généralisation du problème LQ inverse au critère  $H_2$  et  $H_\infty$ . Nous indiquerons également son utilité en tant qu'outil de mise en forme d'un problème multi-objectif.

On considère un système discret  $G$  ayant pour représentation d'état :

$$\begin{bmatrix} x[k+1] \\ y[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[k] \\ u[k] \end{bmatrix} \quad (11)$$

Un correcteur discret  $K(z^{-1})$  sur le système  $G$  mis sous sa forme LQG prédicteur équivalente avec paramètre de Youla :

$$\begin{cases} \hat{x}[k+1/k] = A\hat{x}[k/k-1] + Bu[k] + K_f(y[k] - C\hat{x}[k/k-1]) \\ x_Q[k+1] = A_Q x_Q + B_Q(y[k] - C\hat{x}[k/k-1]) \\ u[k] = -K_c \hat{x}[k/k-1] + C_Q x_Q[k] + D_Q(y[k] - C\hat{x}[k/k-1]) \end{cases} \quad (12)$$

*Proposition II.1 :* La CSF,  $P_p(z^{-1})$ , associée au compensateur défini par (12), telle que :

$$F_l(P_p(z^{-1}), K(z^{-1})) = 0 \quad (13)$$

s'écrit :

$$P_p(z^{-1}) := \left[ \begin{array}{cc|cc|c} A & 0 & AK_f & B & \\ 0 & A_Q & B_Q & 0 & \\ \hline K_c & -C_Q & -D_Q + K_c K_f & I_m & \\ C & 0 & I_p & D & \end{array} \right] \quad (14)$$

La démonstration [10] étant analogue à celle existant dans le cas continu, nous invitons le lecteur à se reporter à la référence [3].

La *Forme Standard de Passage* n'est pas intéressante en tant que telle puisqu'il faut connaître  $K_c$ ,  $K_f$  et  $Q$  pour retrouver le correcteur initial. Mais par contre partant d'un premier correcteur issu d'une synthèse quelconque (LQG, modal,  $H_\infty$ , ...) et satisfaisant un certain nombre de spécification, elle peut permettre d'amorcer la mise en forme d'un problème multi-objectif par exemple. Nous compléterons ainsi une forme satisfaisant des spécifications temporelles par des pondérations fréquentielles complémentaires afin de construire un problème de commande prenant en compte l'ensemble d'un cahier des charges.

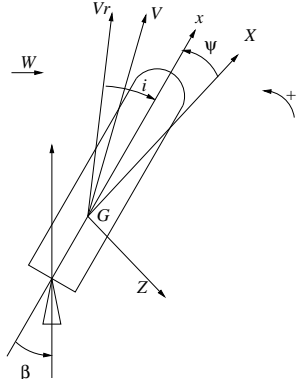
### III. PILOTAGE DU LANCEUR

#### A. Description du problème

Cette application concerne la boucle de pilotage d'un lanceur.

Notons :

- $G$  le centre de gravité de l'engin,
- $i$  l'incidence du lanceur,



- $\psi$  the deviation angle around axis w.r.t. the guidance attitude reference,
- $V$  et  $V_r$  respectivement la vitesse et la vitesse relative,
- $W$  la vitesse du vent,
- $\beta$  l'angle de braquage des tuyères.

De la Figure et sous l'hypothèse des petits angles, on peut déduire l'équation de l'incidence :

$$i = \psi + \frac{\dot{z} - W}{V} \quad (15)$$

où  $\dot{z}$  représente la vitesse de dérive.

La partie rigide est modélisée par un système du troisième ordre avec pour vecteur d'état :  $X_r = [\psi \ \dot{\psi} \ \dot{z}]^T$ . Ce modèle rigide est très fortement dépendant de 2 paramètres dynamiques incertains  $A_6$  (efficacité aérodynamique) et  $K_1$  (efficacité de poussée).

Le modèle de validation considéré dans ce papier (modèle d'ordre complet) est caractérisé par la dynamique rigide, la dynamique actionneurs et capteurs et les 5 premiers modes flexibles. Le lanceur est un système aérodynamiquement instable. Les caractéristiques des modes flexibles sont incertains (4 paramètres incertains par modes).

### B. Objectifs

Les mesures disponibles sont l'attitude et la vitesse ( $\psi, \dot{\psi}$ ). Le signal de contrôle est l'angle de braquage des tuyères  $\beta$ . Les objectifs du pilotage du lanceur sont d'assurer, lors de la phase atmosphérique du vol :

- la stabilité de la boucle fermée avec des marges de stabilité suffisantes. Ceci concerne le mode rigide mais également les modes flexibles du système. En fait, le premier mode flexible est "naturellement" contrôlé en phase (collocalisation entre capteurs et actionneurs) tandis que les autres modes flexibles doivent être contrôlés en gain. Donc, les pics associés à chaque mode flexible (à l'exception du premier) sur la réponse fréquentielle du gain de boucle ( $L(s) = K(s)G(s)$ ) doivent être en dessous d'un niveau spécifié  $X_{dB}$  et ce quelque soit la configuration paramétrique. Aussi, du point de vue de la synthèse, les modes flexibles ne sont pas pris en compte dans le modèle de synthèse. Mais un effet de roll-off avec une fréquence de coupure entre les deux premiers modes souples doit être spécifié au cours de la synthèse.
- performance vis-à-vis des perturbations dues au vent. L'incidence maximale en réponse au profil de vent (proposé Fig 11) doit rester dans une bande ( $\pm i_{max}$ ).

L'actionneur ne doit pas saturer ni en position ni en vitesse,

- robustesse vis-à-vis des paramètres incertains. Ceci concerne à la fois la partie rigide (aérodynamique, propulsion, position du centre de masse, inertie) et à la fois les modes flexibles.
- une marge de retard d'une période d'échantillonnage.

Tous les objectifs doivent être réalisés pour toutes les configurations dans l'espace des paramètres incertains, particulièrement pour des cas critiques identifiés par la connaissance industrielle du système. Et également tout au long de la phase de vol.

## IV. PILOTAGE STATIONNAIRE

Nous proposons ici une méthodologie pour le pilotage stationnaire du lanceur qui met en avant l'intérêt de la forme standard de passage dans le cadre d'un problème multi-objectif. L'essentiel de la méthode a été présenté dans le cas continu dans [3], nous nous intéressons ici à son adaptation en temps discret proposé dans [11], adaptation qui permet de conserver les mêmes paramètres de réglage afin de ne pas perdre le savoir-faire acquis dans le cas continu. Comme nous avons pu le constater dans la section précédente, les objectifs sont d'ordres divers : temporel et fréquentiel essentiellement. L'idée est donc de décomposer la synthèse en deux parties, une première afin de réaliser la performance temporelle en incidence ce qui sera effectué à l'aide d'une synthèse LQG/LTR non conventionnelle et une seconde afin de réaliser les spécifications fréquentielles à l'aide d'une synthèse  $H_\infty$ . La méthodologie présentée sera mise en œuvre sur un certain nombre de point de la phase de vol atmosphérique et pour l'exemple présenté nous considérerons le point critique du domaine de vol où la pression aérodynamique est la plus forte.

Et pour finir nous montrerons la mise sous forme LQG équivalente du correcteur final grâce à la méthode proposée.

### A. Synthèse des performances temporelles : LQG/LTR

Nous rappelons ici brièvement le principe de cette synthèse LQG/LTR non conventionnelle dont le détail est disponible dans [3], [11]. Dans un premier temps, nous effectuons une synthèse LQ sur le modèle rigide à 3 états. Dans ce contexte idéal du retour d'état, la performance en incidence est limitée par un transfert direct entre la perturbation (le vent) et le signal à contrôler (l'incidence). Pour remédier à ce problème, nous introduisons un modèle de vent grossier sous la forme d'un premier ordre en augmentant le modèle rigide. Puis nous calculons le nouveau gain de retour d'état  $K_a$  sur ce modèle de manière à annuler l'incidence. Et enfin, nous réalisons la synthèse d'un filtre de Kalman, caractérisé par son gain  $G_a$ , sur ce modèle augmenté. Le choix des matrices de covariance se faisant sous condition LTR. Et, nous pouvons ainsi former le correcteur LQG discret "estimateur" pour le système augmenté.

$$\begin{cases} \hat{x}[k+1/k] &= A_a \hat{x}[k/k] + B_{2a} u[k] \\ \hat{x}[k+1/k+1] &= \hat{x}[k+1/k] + G_a (y[k+1] - C_{2a} \hat{x}[k+1/k]) \\ u[k+1] &= -K_a \hat{x}[k+1/k+1] \end{cases} \quad (16)$$

## B. Synthèse des spécifications fréquentielles : $H_\infty$

Afin réaliser l'ensemble des contraintes fréquentielles, une spécification de roll-off,  $F(z)$  est introduite. Le nouveau problème standard est construit comme indiqué sur la Figure 1. On reconnaît la forme standard de passage pour les correcteurs LQG discrets sous forme estimateur caractérisés par la transmission directe  $K_a G_a$ .

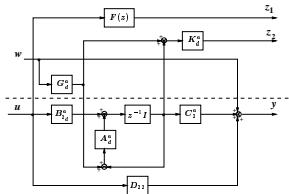


Fig. 1. Nouveau problème standard

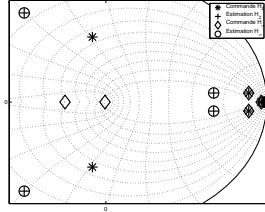


Fig. 2. Distribution des pôles

La pondération de roll-off est un filtre du second ordre, on obtient après la synthèse  $H_\infty$  un correcteur discret d'ordre 6 validé sur le modèle d'ordre complet, c'est-à-dire avec les capteurs, actionneurs et les 5 premiers modes flexibles.

La Figure 4 représente le diagramme de Black de la boucle ouverte pour le cas nominal ainsi que les cas pires. Les spécifications fréquentielles sont représentées par : un trait horizontal pour la spécification d'atténuation des modes et un trait vertical pour les spécifications de marges BF et HF autour du premier point critique. La Figure 3 représente le résultat de simulation en le profil de vent correspondant au point de synthèse. Les résultats sont présentés pour le cas nominal ainsi que pour les cas pires. Les spécifications fréquentielles et temporelles sont atteintes pour le cas stationnaire.

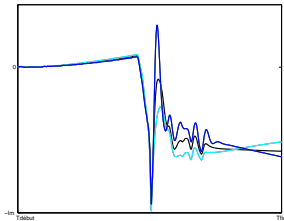


Fig. 3. Incidence

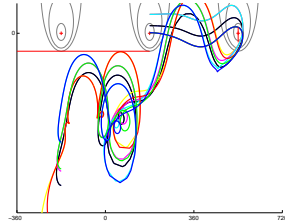


Fig. 4. Diagramme de Black

## C. Transformation du correcteur sous sa forme LQG équivalente

La Figure 2 présente la répartition des pôles proposées pour la mise sous forme LQG équivalente du correcteur  $H_\infty$  central. Nous utilisons le résultat de la synthèse  $H_2$  obtenue sur le problème standard construit à l'aide de la méthodologie explicitée. Nous constatons bien sur la Figure 2 que la dynamique d'estimation du correcteur équivalent au correcteur  $H_\infty$  est la même que celle du correcteur  $H_2$  obtenu par synthèse sur la même forme standard.

## V. PILOTAGE INSTATIONNAIRE

Des résultats récents ([12], [13] et [14]) sur l'interpolation des correcteurs représentés sur la structure estimation/commande montrent l'intérêt d'utiliser une telle repré-

sentation de manière à obtenir le meilleur comportement possible pour le correcteur interpolé. Dans notre cas, l'intérêt d'utiliser les compensateurs sous cette forme est encore renforcée par la constatation que le correcteur central  $H_\infty$  (noté DGKF pour Doyle, Glover, Khargonekar et Francis) est un correcteur LQG pur dont seule la dynamique de commande dépend de  $\gamma$  l'indice de performance  $H_\infty$ . En effet, il est relativement simple de montrer que le problème de commande décrit Figure 1 est du type *Disturbance Feedforward*. La matrice de changement de base  $T$  définie équation 4 est donc l'identité si on utilise la mise sous forme  $H_2$  sous-jacente puisque la dynamique d'estimation reste inchangée entre la synthèse  $H_2$  et la synthèse  $H_\infty$  et ce quelque soit  $\gamma$ . Cette remarque nous incite également à penser que l'interpolation des gains  $K_c$  et  $K_f$  ( $D_Q = D_K = 0$  pour le correcteur central) donnera les mêmes résultats que l'interpolation des matrices  $A_K$ ,  $B_K$  et  $C_K$  de la représentation d'état du correcteur.

Le fait que la matrice de changement de base  $T$  soit l'identité pour tous les instants de calcul des correcteurs LTI assure qu'il existe une trajectoire continue de transformations qui connecte leurs réalisation d'état de type estimation/commande. Si l'ensemble des points de fonctionnement pour lesquels on calcul les compensateurs LTI est convenablement choisi, c'est-à-dire que les coefficients des gains  $K_c$  et  $K_f$  ne sont pas trop éloignés entre chaque point, un comportement régulier des gains est assuré lors de la transition. Il apparaît alors qu'une interpolation linéaire pourrait être suffisante pour assurer la stabilité locale en boucle fermée en chaque point de la trajectoire. Cette constatation se trouve renforcée dans le cas du lanceur puisque le modèle considéré résulte de l'interpolation linéaire des paramètres physique du lanceur.

De plus, nous pouvons noter que l'interpolation sur une telle forme permet d'estimer de manière effective l'état pendant la transition (voir Figures 5 et 6). Et si nous supposons que le modèle est disponible en temps réel alors il suffit de stocker deux gains statiques pour mettre à jour le correcteur à chaque instant d'échantillonnage.

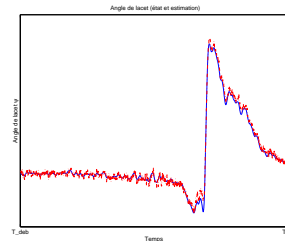


Fig. 5. Angle de lacet :  $\psi$  réel (-),  $\psi$  correcteur (-.)

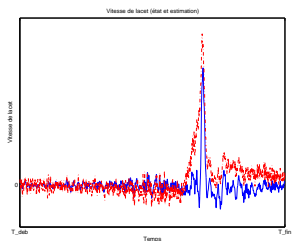


Fig. 6. Vitesse de lacet :  $\dot{\psi}$  réel (-),  $\dot{\psi}$  correcteur (-.)

Suite à ces différentes remarques nous allons donc nous intéresser aux résultats de l'interpolation linéaire des correcteurs  $H_\infty$  mis sous forme LQG grâce à la technique proposée précédemment. Sur la Figure 7, l'évolution de la valeur singulière du correcteur interpolé au court du temps se fait sans accout. On peut voir sur la Figure 8 que les critères fréquentiels (qui doivent tous être positifs) sont globalement atteints sur la phase de vol. Les Figures 9 et 10 représentent respectivement l'évolution des dynamiques de

commande et d'estimation du correcteur interpolé sous la forme LQG. L'interpolation se déroule bien et la continuité des dynamiques est maintenue. La Figure 11 représente les résultats de la simulation temporelle pour les différentes variables du lanceur. Le critère d'incidence est presque atteint, l'angle de lancet revient à zéro en fin de vol, la commande ne sature ni en position, ni en vitesse et la consommation reste inférieure à la spécification.

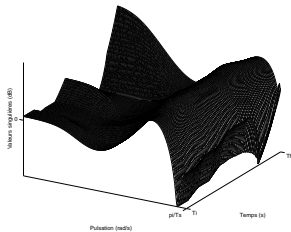


Fig. 7. Valeur singulière du correcteur

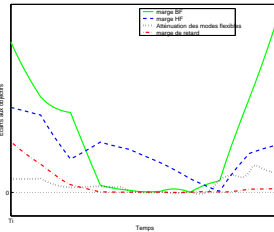


Fig. 8. Evolution des critères

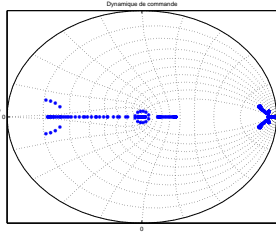


Fig. 9. Evolution de la dynamique de commande

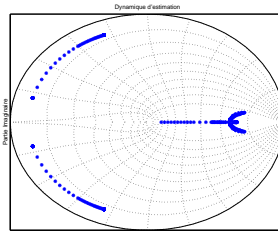


Fig. 10. Evolution de la dynamique d'estimation

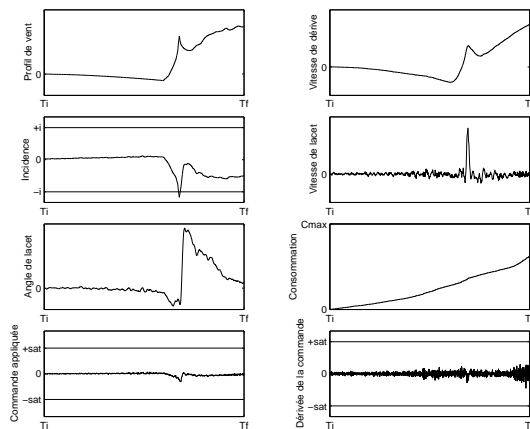


Fig. 11. Simulation temporelle

## VI. CONCLUSION

Au cours de cette étude sur le lanceur, nous avons pu montrer l'intérêt de la CSF en tant qu'outil méthodologique pour la mise en forme de problèmes de commande complexes. En effet, la CSF permet la prise en compte simple d'un savoir-faire sur le système physique dans une synthèse de type  $H_\infty$  ce qui aurait été très difficile autrement.

La mise sous forme  $H_2$  sous-jacente permet de donner une signification physique aux états du correcteur  $H_\infty$  proche de celle que permet un correcteur  $H_2$ . De plus, elle s'avère très intéressante puisqu'elle apporte des règles

strictes pour allouer l'ensemble des valeurs propres aux dynamiques d'estimation et de commande.

Nous avons également montré que sur le lanceur la technique d'interpolation des correcteurs sous forme LQG donne des résultats tout à fait satisfaisant. Le nombre et le choix des points de synthèse des correcteurs LTI restent une des difficultés de ce problème et dans le soucis d'automatiser la procédure de synthèse du pilote un outil d'analyse est en développement de manière à justifier l'utilisation des différents correcteurs LTI.

D'autres techniques sont actuellement à l'étude de manière à obtenir un pilote LPV et non plus un pilote interpolé.

## VII. REMERCIEMENTS

Ces travaux ont été effectués en collaboration dans le cadre du pôle CNES/ONERA pilotage robuste des lanceurs (PIROLA) avec EADS/Launch Vehicles.

## RÉFÉRENCES

- [1] D. Alazard et P. Apkarian. Exact observer-based structures for arbitrary compensators. *International Journal of Robust and Non-Linear Control*, 9:101–118, 1999.
- [2] J. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, et B. A. Francis. State-space solutions to standard  $\mathcal{H}_\infty$  and  $\mathcal{H}_2$  control problems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 34:831–847, 1989.
- [3] O. Voinot, D. Alazard, A. Piquereau, et A. Biard. A robust multi-objective synthesis applied to launcher attitude control. *15th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, Bologna, 2-7 September 2001.
- [4] S. Mauffrey et M. Scholler. Non-stationary  $\mathcal{H}_\infty$  control for launcher with bending modes. *14 Th. Symposium on Automatic Control in Aerospace*, Séoul, 1998. IFAC.
- [5] B. Clément, G. Duc, S. Mauffrey, et A. Biard. Gain scheduling for an aerospace launcher with bending modes. *15th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, Bologna, 2-7 September 2001.
- [6] B. Clément et G. Duc. A multi-objective control algorithm : Application to a launcher with bending modes. *18th IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*, Patras, 17-19 July 2000.
- [7] D. J. Bender et R. A. Fowell. Computing the estimator-controller form of a compensator. *Int. J. Control*, 41(6):1565–1575, 1985.
- [8] K. Glover et J.C. Doyle. State-space formula for all stabilizing controllers that satisfy an  $\mathcal{H}_\infty$ -norm bound and relations to risk sensitivity. *Systems & Control Letters*, 11:167–172, 1988.
- [9] K. Zhou, J.C. Doyle, et K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Prentice Hall, 1996.
- [10] O. Voinot, D. Alazard, P. Apkarian, S. Mauffrey, et A. Biard. A discrete time robust multi-objective synthesis applied to launcher attitude control. *Submitted for publication*, 2001.
- [11] O. Voinot, P. Apkarian, D. Alazard, et B. Clément. Gain-scheduling  $\mathcal{H}_\infty$  control of the launcher in atmospheric flight via linear-parameter varying techniques. *AIAA GNC*, Monterey, California, USA, August 2002.
- [12] P. C. Pellanda, P. Apkarian, et D. Alazard. Gain-scheduling through continuation of observer-based realizations - applications to  $\mathcal{H}_\infty$  and  $\mu$  controllers. *Proc. 39th IEEE Conf. on Decision and Control*, pages 2787–2792, Sydney, 12-15 December 2000. IEEE.
- [13] D. J. Stilwell et W. Rugh. Interpolation of observer state feedback controllers for gain scheduling. *IEEE Trans. Automatic Control*, 44(6):1225–1229, 1999.
- [14] D. J. Stilwell et W. Rugh. Stability preserving interpolation methods for the synthesis of gain scheduling controllers. *Automatica*, 36(5):665–671, 2000.